

REOLOŠKA JEDNAČINA ZA MODEL BETONA ARMIRANOG FRP ARMATUROM

Nataša Kopitović-Vuković, Nikola Baša, Radomir Zejak, Marija Jevrić

Univerzitet Crne Gore, Građevinski fakultet, Džordža Vašingtona bb, 81 000 Podgorica, Crna
Gora, nataly@ucg.ac.me

SAŽETAK

Reološki modeli predstavljaju moćno sredstvo za formiranje sveobuhvatnog fenomenološkog prikaza deformacijskog odgovora, naročito kod konstrukcija izloženih dejstvu dugotrajnog opterećenja. Modeli su često uređeni tako da odgovaraju eksperimentalnim rezultatima, a to se postiže uključivanjem empirijskih parametara pri njihovom formiranju. Kombinovanjem teorijski idealnih tijela, sa precizno definisanim reološkim karakteristikama, dobijaju se modeli koji, u reološkom smislu, daju rezultate slične stvarnom ponašanju materijala.

U ovom radu je prikazan reološki model betona armiranog FRP kompozitnom armaturom i izvedena je njegova reološka jednačina. Ovaj složeni model, nastao paralelnim vezivanjem osnovnog Hukovog i složenog Burgerovog modela, veoma je koristan u vizualizaciji efekata tečenja, naročito pri superpoziciji deformacija.

Analizirani su uticajni parametri za slučaj modela promjenljivih fizičkih karakteristika u toku vremena. Naročito je razmatran uticaj modula elastičnosti kompozitnog materijala i zaključeno je da krajnja mjera deformacije tečenja zavisi od ovog parametra, dok starost u trenutku nanošenja opterećenja, u ovom modelu, nema uticaj na nju.

Prikazani model može dobro opisati realno ponašanje u toku vremena betona armiranog kompozitnom armaturom.

Ključne riječi: reološki model, beton, FRP armatura, tečenje, reološka jednačina

UVOD U REOLOŠKO MODELIRANJE

Reologija je nauka koja proučava veze između napona i deformacija materijala u funkciji vremena. Ona se u prvom redu oslanja na rezultate ispitivanja mehaničkih svojstava pojedinih materijala s jedne strane, a na postavke i rezultate teorijske mehanike kontinuuma s druge strane.

Jedan od bitnih zadataka reologije je da opiše tečenje materijala pomoću odgovarajućih matematičkih modela sa što manjim brojem promjenljivih (Alagušić i Lavriv, 2010). Ona polazi od najjednostavnijih tijela, čije se ponašanje može idealizovati s jednostavnim matematičkim modelima, a pri tome se takav matematički model vizualizuje, tj. daje se modelu fizički smisao. Najznačajniji korak u rješavanju tog zadatka predstavlja pronalaženje analitičkih veza između komponenata tenzora napona i komponenata tenzora deformacija. Svrha je potpuno praktične prirode, što znači da se dobijene veze koriste u donošenju zaključaka o ponašanju materijala i konstrukcija u toku vremena. Stvarno ponašanje pojedinih materijala ponekad je vrlo složeno, pa su i veze napona i deformacija složenije. Te veze su predstavljene diferencijalnim jednačinama, čijim se rješavanjem dobijaju deformacije kao funkcija napona i vremena (jednačine tečenja), ili naponi kao funkcija deformacija i vremena (jednačine relaksacije).

Razvoj reoloških modela betona

Klasična mehanika kontinuuma poznavala je dvije vrste materijala – elastično Hookeovo tijelo i idealan Newtonov fluid, ali su detaljnija ispitivanja pokazala da u skupini čvrstih materijala gotovo uvijek ima ili viskoznih ili drugih neelastičnih pojava, pa sadašnja reologija posebno razmatra upravo takve pojave (Frgić i Hudec, 2006). Uz navedena dva idealna tijela postoje i neka druga tipična ponašanja koja se ne mogu svesti pod ta dva navedena. Tako je uz teoriju elastičnosti i

mehaniku fluida nastala i teorija plastičnosti, čije rezultate koristi teorija čeličnih i betonskih konstrukcija.

U cilju simulacije ponašanja vremenskih deformacija betona, formirani su brojni imaginarni reološki modeli. Oni su se sastojali od više elemenata, od kojih je svaki prikazivao specifične deformacijske karakteristike odgovarajuće komponente betona. Ovakav pristup je izrazito empirijski i njegov uspjeh se zasniva na sposobnosti usklađivanja određene komponente deformacija sa odgovarajućim elementom modela (Jung, Kim, & Shin, 2007).

U nekim drugim pokušajima, određeni broj reoloških elemenata je kombinovan samo u cilju aproksimacije ukupnih deformacija posmatranih uzoraka, bez razmatranja njihovog fizičkog značenja. Kasnija istraživanja predstavljaju korak naprijed u odnosu na ovo prosto usklađivanje i njihov značaj leži u olakšanom postavljanju i rješavanju diferencijalnih jednačina, koje uključuju napon, deformaciju i vrijeme, kao i njihovu derivaciju u vremenu.

Nedostaci reološkog modeliranja

Primijećeni su ozbiljni nedostaci reoloških modela. Mnogi modeli imaju oblik i ugrađene konstante, koji odgovaraju određenoj vrsti betona u datim uslovima, ali uglavnom nisu šire primjenljivi. Gore navedeno se slaže sa brojnim kritikama koje se odnose na izraze vezane za tečenje (Faruqi, Bhadra, Sun, & Sai, 2010). Uočene su i ozbiljne praktične zamjerke: model koji korektno simulira ponašanje pod dugotrajnim opterećenjem ne daje dobar odgovor pri kratkotrajnom ili dinamičkom dejstvu, i obrnuto. Uopšteno, glavni nedostatak reološkog modeliranja predstavlja empirijski pristup u simulaciji stvarnog ponašanja, za koji se smatra da se ne može ekstrapolirati u dalja saznanja, i da ne može voditi ka suštinskom razumijevanju razmatranih fenomena (Neville, Dilger, & Brooks, 1983).

Osnovni reološki modeli

Karakteristična svojstva osnovnih idealnih materijala prikazuju se elementarnim mehaničkim modelima za slučaj aksijalnog napona, uz definisanje veza između napona i deformacija. Osnovni idealni materijali su: idealno elastičan, idealno plastičan i viskozozan materijal, pa samim tim razlikujemo tri osnovna reološka modela:

Hooke-ovo tijelo, koje simulira idealno elastičan materijal, pa se u reološkim modelima simbolično prikazuje u formi elastične opruge, krutosti E ;

Saint Venant-ov model, koji simulira ponašanje idealnog kruto-plastičnog materijala;

Newtonov model, koji simulira ponašanje idealnog viskozoznog materijala, pa se simbolično prikazuje klipom koji se pomjera unutar cilindra ispunjenog tečnošću.

Ponašanje materijala pod opterećenjem ne može se opisati pomoću samo tri navedena osnovna modela. Za prikaz ponašanja materijala za složena naponska stanja upotrebljavaju se reološki modeli sa više elemenata (Pustačić i Cukor, 2009). U njima se međusobno povezuju dva, tri, pa i više osnovnih modela: Hukov - "H", Saint Venantov - "St. V" i Newtonov - "N". Uključivanje više elemenata koji ulaze u model ponašanja nekog materijala dovodi do potrebe određivanja većeg broja konstanti, koje opisuju djelovanje svakog elementa u modelu. Time se gubi pouzdanost konačnih rezultata, napr. kod numeričkih metoda proračuna, a pogotovo iznalaženja analitičkih rješenja (Frgić i Hudec, 2006).

Postoje dva načina formiranja složenih modela:

paralelnim povezivanjem osnovnih modela (jedan pored drugog), kada se uzima da su deformacije svuda jednake, dok je ukupno naprezanje jednako zbiru komponentnih napona;

rednim povezivanjem osnovnih modela (jedan iza drugog), kada se uzima da su naponi u svim djelovima jednaki, dok je ukupna deformacija jednaka zbiru deformacija pojedinačnih elemenata.

Osnovne reološke jednačine

Za formiranje osnovnih reoloških jednačina, potrebno je u račun uvrstiti sljedeće fizičke veličine:

- ε_{ij} - tenzor deformacija
- $\dot{\varepsilon}_{ij}$ - tenzor brzina deformacija
- σ_{ij} - tenzor napona
- $\dot{\sigma}_{ij}$ - tenzor brzine priraštaja napona.

Za sva četiri tenzora treba posebno voditi računa o sfernoj i devijatorskoj komponenti svakog tenzora. Ako se istoimenim indeksima označe sferne komponente, a raznoimenim devijatorske komponente, mogu se napisati osnovne konstitutivne jednačine (Ržanicin, 1974):

$$C_1 \cdot \dot{\varepsilon}_{kk} + C_2 \cdot \varepsilon_{kk} = C_3 \cdot \dot{\sigma}_{kk} + C_4 \cdot \sigma_{kk} \quad (1)$$

$$C_5 \cdot \dot{\varepsilon}_{ij}^D + C_6 \cdot \varepsilon_{ij}^D = C_7 \cdot \dot{\sigma}_{ij}^D + C_8 \cdot \sigma_{ij}^D \quad (2)$$

pri čemu se pretpostavlja:

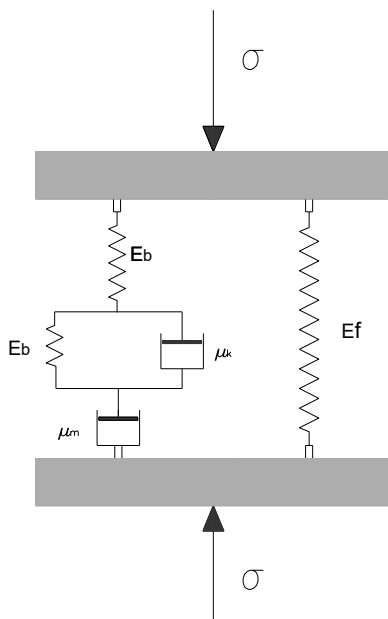
- da je materijal homogen i izotropan;
- da su deformacije infinitezimalne (u suprotnom bi te veze bile složenije);
- da su veze između materijala izotropne.

REOLOŠKI MODEL BETONA ARMIRANOG KOMPOZITNOM ARMATUROM

Ovaj model predstavlja složeni reološki model nastao paralelnim vezivanjem Burgerovog i Hukovog modela (slika 1). Burgerov model je takođe složeni reološki model, nastao kombinovanjem dva osnovna modela: Hukovog idealno elastičnog modela (H) i Njutnovog modela za idealnu viskoznu tečnost (N). Rednim vezivanjem ovih modela dobija se Maksvelov model (M), a paralelnom vezom tzv. Kelvinov model (K).

Reološka formula datog modela, izražena simbolima, glasi:

$$M^* = (M - K) // H = [(H - N) - (N // H)] // H = B // H \quad (3)$$



Slika 1. Model betona armiranog FRP armaturom.
Figure 1. Model of concrete reinforced with FRP reinforcement.

Reološka jednačina zadatog modela

Diferencijalnu jednačinu ponašanja modela možemo dobiti primjenom simbolične metode (Ržanicin, 1974). Uvodimo simbol ∂ , koji označava diferenciranje po vremenu. Smatramo da su svi elementi u modelu elastični, i pri tom uzimamo da koeficijent elastičnosti viskoznog elementa predstavlja koeficijent viskoznosti pomnožen sa ∂ . Na taj način dobijamo ekvivalentni koeficijent elastičnosti za elemente E_b i μ_k vezane paralelno:

$$E_b + \mu_k \cdot \partial = E'(\partial) \quad (4)$$

Rednim vezivanjem elemenata E_b i μ_k sa $E'(\partial)$ dobijamo:

$$\frac{1}{E_b + \mu_k \cdot \partial} + \frac{1}{\mu_m \cdot \partial} + \frac{1}{E_b} = \frac{1}{E^*(\partial)} \quad (5)$$

Paralelnim vezivanjem elementa E_f , dobijamo:

$$E^*(\partial) + E_f = E(\partial) = \frac{\sigma}{\varepsilon}; \text{ odnosno:} \quad (6)$$

$$E(\partial) = \frac{(E_f + E_b) \cdot \mu_k \cdot \mu_m \cdot \partial^2 + (E_b^2 \cdot \mu_m + 2E_f \cdot E_b \cdot \mu_m + E_f \cdot E_b \cdot \mu_k) \cdot \partial + E_f \cdot E_b^2}{\mu_k \cdot \mu_m \cdot \partial^2 + (2\mu_m + \mu_k) \cdot E_b \cdot \partial + E_b^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (7)$$

ili:

$$\begin{aligned} & (E_f + E_b) \cdot \mu_k \cdot \mu_m \cdot \ddot{\varepsilon} + (E_b^2 \cdot \mu_m + 2E_f \cdot E_b \cdot \mu_m + E_f \cdot E_b \cdot \mu_k) \cdot \dot{\varepsilon} + E_f \cdot E_b^2 \cdot \varepsilon = \\ & = \mu_k \cdot \mu_m \cdot \ddot{\sigma} + (2\mu_m + \mu_k) \cdot E_b \cdot \dot{\sigma} + E_b^2 \cdot \sigma \end{aligned} \quad (8)$$

Napomene:

Pri veoma sporom dejstvu dugotrajnog opterećenja, brzina deformacija i brzina opterećenja teže nuli. U ovakvom graničnom stanju, relativna krutost modela dobija se stavljanjem $\partial = 0$ u jednačinu (7): $E(0) = E_f$

Pri veoma velikim brzinama deformacija modela imamo da je $\partial = \infty$, pa se iz jednačine (7) dobija: $E(\infty) = E_f + E_b$. Ova vrijednost predstavlja maksimalnu vrijednost relativne krutosti. Očigledno da je: $E(\infty) > E(0)$.

Opšti integral diferencijalne jednačine modela

S obzirom da su fizičke karakteristike modela promjenljive sa vremenom (Kopitović-Vuković, 2014), diferencijalna jednačina kretanja ima oblik:

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{E_f}{E_b}\right) \cdot \ddot{\varepsilon} + \left(\frac{E_f}{E_b \cdot \dot{\varphi}} + \frac{2E_f}{E_b \cdot \dot{\varphi}} + \frac{E_b}{E_b \cdot \dot{\varphi}}\right) \cdot \dot{\varepsilon} + \frac{E_f \cdot E_b}{E_b \cdot \dot{\varphi} \cdot E_b \cdot \dot{\varphi}} \cdot \varepsilon = \\ (9) \quad & = \frac{1}{E_b} \cdot \ddot{\sigma} + \left(\frac{1}{E_b \cdot \dot{\varphi}} + \frac{2}{E_b \cdot \dot{\varphi}}\right) \cdot \dot{\sigma} + \frac{E_b}{E_b \cdot \dot{\varphi} \cdot E_b \cdot \dot{\varphi}} \cdot \sigma \end{aligned}$$

Ili, s obzirom da je $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$

$$a_2 \cdot \frac{d^2 \varepsilon}{d\varphi^2} + a_1 \cdot \frac{d\varepsilon}{d\varphi} + a_0 \cdot \varepsilon = b_2 \cdot \frac{d^2 \sigma}{d\varphi^2} + b_1 \cdot \frac{d\sigma}{d\varphi} + b_0 \cdot \sigma \quad (10)$$

gdje su: $a_0 = \frac{E_f}{E_b}$; $a_1 = 3 \frac{E_f}{E_b} + 1$; $a_2 = \frac{E_f}{E_b} + 1$; $b_0 = \frac{1}{E_b}$; $b_1 = \frac{3}{E_b}$; $b_2 = \frac{1}{E_b}$

Kada je zadana desna strana jednačine (10), njeno opšte rješenje glasi (Kopitović-Vuković, 2014):

$$E \cdot \varepsilon(\varphi) = \sigma(\varphi) + \int_0^{\varphi} \sigma(\theta) \cdot K(\varphi - \theta) d\theta \quad (11)$$

gdje su: $E = \frac{a_2}{b_2} = E_f + E_b$

$$K(\varphi - \theta) = \frac{(b_0 + \lambda_2 \cdot b_1 + \lambda_2^2 \cdot b_2) \cdot e^{\lambda_2(\varphi - \theta)} - (b_0 + \lambda_1 \cdot b_1 + \lambda_1^2 \cdot b_2) \cdot e^{\lambda_1(\varphi - \theta)}}{b_2 \cdot (\lambda_2 - \lambda_1)}$$

gdje su λ_1 i λ_2 korijeni karakteristične jednačine: $a_2 \cdot \lambda^2 + a_1 \cdot \lambda + a_0 = 0$;

$$\lambda_{1/2} = -\frac{a_1}{2a_2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a_1^2}{a_2^2} - 4 \cdot \frac{a_0}{a_2}}$$

Slučaj dejstva konstantnog opterećenja

U slučaju dejstva konstantnog opterećenja ($\sigma = const$) dobija se:

$$\varepsilon(\varphi, \varphi_0) = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \left[1 + \int_{\varphi_0}^{\varphi} K(\varphi - \theta) d\theta \right] = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \left[1 + \int_0^{\varphi - \varphi_0} K(\psi) d\psi \right] \quad (12)$$

$$\varepsilon(\varphi, \varphi_0) = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \left[1 + \frac{A_1}{\lambda_1} - \frac{A_2}{\lambda_2} + \frac{A_2}{\lambda_2} \cdot e^{\lambda_2(\varphi - \varphi_0)} - \frac{A_1}{\lambda_1} \cdot e^{\lambda_1(\varphi - \varphi_0)} \right] \quad (13)$$

gdje su: $A_1 = \frac{b_0 + \lambda_2 b_1 + \lambda_2^2 b_2}{b_2 \cdot (\lambda_2 - \lambda_1)}$; $A_2 = \frac{b_0 + \lambda_1 b_1 + \lambda_1^2 b_2}{b_2 \cdot (\lambda_2 - \lambda_1)}$; $\varphi = \frac{c(t, \tau)}{E_b}$

Granične vrijednosti deformacija tečenja dobijaju se u sljedećem obliku:

$$\lim_{\varphi \rightarrow \varphi_0} \varepsilon(\varphi, \varphi_0) = \frac{\sigma_0}{E} = \frac{\sigma_0}{E_f + E_b}; \quad \lim_{\varphi \rightarrow \infty} \varepsilon(\varphi, \varphi_0) = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \left(1 + \frac{A_1}{\lambda_1} - \frac{A_2}{\lambda_2} \right) = \frac{\sigma_0}{E_f} \quad (14)$$

Slučaj rasterećenja

U ovom slučaju tj. kada je $\sigma = 0$, jednačina (10) postaje:

$$a_2 \cdot \frac{d^2 \varepsilon}{d\varphi^2} + a_1 \cdot \frac{d\varepsilon}{d\varphi} + a_0 \cdot \varepsilon = 0 \quad (15)$$

Opšte rješenje jednačine (15) glasi:

$$\varepsilon(\varphi) = c_1 \cdot e^{\lambda_1 \varphi} + c_2 \cdot e^{\lambda_2 \varphi} \quad (16)$$

Integracione konstante c_1 i c_2 određuju se iz uslova:

$$t = t_1: \quad \varepsilon(\varphi_1) = \varepsilon(\varphi, \varphi_0) - \frac{\sigma_0}{E}; \quad \dot{\varepsilon}(\varphi) = \dot{\varepsilon}(\varphi, \varphi_0) \quad (17)$$

$$t > t_1 (\varphi > \varphi_1): \quad \varepsilon(\varphi, \varphi_1) = \frac{A \cdot \lambda_2 - B}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot e^{\lambda_1(\varphi - \varphi_1)} - \frac{B - A \cdot \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot e^{\lambda_2(\varphi - \varphi_1)} \quad (18)$$

$$\lim_{\varphi \rightarrow \varphi_1} \varepsilon(\varphi, \varphi_1) = A = \frac{A_1}{\lambda_1} - \frac{A_2}{\lambda_2} + \frac{A_2}{\lambda_2} \cdot e^{\lambda_2(\varphi_1 - \varphi_0)} - \frac{A_1}{\lambda_1} \cdot e^{\lambda_1(\varphi_1 - \varphi_0)}; \quad \lim_{\varphi \rightarrow \infty} \varepsilon(\varphi, \varphi_1) = 0 \quad (19)$$

Slučaj konstantne deformacije

U ovom slučaju, tj. kada je $\varepsilon = const$, dobijaju se sljedeći izrazi:

$$\sigma(\varphi, \varphi_0) = E \cdot \varepsilon_0 \left[1 - \int_{\varphi_0}^{\varphi} R(\varphi - \theta) d\theta \right] = E \cdot \varepsilon_0 \left[1 - \int_0^{\varphi - \varphi_0} R(\psi) d\psi \right] \quad (20)$$

$$\sigma(\varphi, \varphi_0) = E \cdot \varepsilon_0 \cdot \left[1 - \frac{B_1}{\mu_1} + \frac{B_2}{\mu_2} - \frac{B_2}{\mu_2} \cdot e^{\mu_2(\varphi - \varphi_0)} + \frac{B_1}{\mu_1} \cdot e^{\mu_1(\varphi - \varphi_0)} \right] \quad (21)$$

gdje su: $B_1 = \frac{a_2 \mu_2^2 + a_1 \mu_2 + a_0}{a_2(\mu_2 - \mu_1)}; \quad B_2 = \frac{a_2 \mu_1^2 + a_1 \mu_1 + a_0}{a_2(\mu_2 - \mu_1)}; \quad \varphi = E_b \cdot c(t, \tau)$

i dobija se: $\lim_{\varphi \rightarrow \varphi_0} \sigma(\varphi, \varphi_0) = (E_f + E_b) \cdot \varepsilon_0; \quad \lim_{\varphi \rightarrow \infty} \sigma(\varphi, \varphi_0) = E \cdot \varepsilon_0 \cdot \left(1 - \frac{B_1}{\mu_1} + \frac{B_2}{\mu_2} \right) = E_f \cdot \varepsilon_0 \quad (22)$

ZAKLJUČCI

U ovom radu je prikazan reološki model betona armiranog FRP armaturom i izvedena njegova reološka jednačina. Analizirani su uticajni parametri za slučaj modela promjenljivih fizičkih karakteristika u toku vremena. Izvedeni su sljedeći zaključci:

Koeficijent tečenja φ nije ničim bliže određen. On zavisi samo od konstitucije specifične mjere tečenja $c(t, \tau)$, s obzirom da smo zanemarili promjenu modula elastičnosti betona u toku vremena ($E_b = const$);

Evidentan je značaj modula elastičnosti FRP materijala E_f , jer će od njega zavisiti krajnja mjera deformacije tečenja;

Krajnja mjera deformacije tečenja u ovom modelu ostaje ista bez obzira na starost u trenutku nanošenja opterećenja i ne može biti veća od σ_0/E_f ;

Krajnja mjera relaksacije zavisi takođe od E_f i ne može biti veća od $\varepsilon_0 \cdot E_f$;

Uz opreznu konstrukciju analitičkog izraza za $c(t, \tau)$, zasnovanu i na eksperimentalnim istraživanjima, dati model može dobro opisati stvarno ponašanje u toku vremena betona armiranog kompozitnom armaturom u realnom vremenskom intervalu.

Reološki modeli su korisni kao sredstvo matematičkog predstavljanja ponašanja materijala pod određenim uslovima. Ovaj pristup je, za praktičnu primjenu, dovoljno tačan i prihvatljiv. Međutim, treba imati u vidu činjenicu da su tečenje i skupljanje betona međusobno zavisne veličine, tj. prisustvo skupljanja utiče na promjenu deformacije tečenja. Tačna vrijednost deformacije tečenja se može odrediti oduzimanjem deformacija skupljanja neopterećenog betona od poznatih ukupnih deformacija opterećenog betona, pod istim klimatskim uslovima.

LITERATURA

Alagušić, M. i Lavriv, F. (2010). *Eksperimentalno određivanje reoloških svojstava samozbijajućeg betona*. Sveučilište u Zagrebu: Zavod za materijale Građevinskog fakulteta.

- Faruqi, M.A., Bhadra, S., Sun, D. & Sai, J. (2010). An improved creep and shrinkage based model for deflections of composite members reinforced with carbon fiber reinforced bars. *Journal of Engineering and Applied Sciences*, 5(9), 74-78.
- Frgić, L. i Hudec, M. (2006). *Mehanika kontinuuma i reologija*. Zagreb: Rudarsko-geološko-naftni fakultet.
- Jung, S.Y., Kim, N. & Shin, D.K. (2007). Viscoelastic behavior on composite beam using nonlinear creep model. *Steel and Composite Structures*, 7(5), 355-376.
- Kopitović-Vuković, N. (2014). *Reološki model FRP kompozitnog materijala*. Seminarski rad iz predmeta: "Reologija građevinskih materijala", doktorske studije, Univerzitet Crne Gore, Građevinski fakultet, Podgorica, Crna Gora.
- Neville, A.M., Dilger, W.H. & Brooks, J.J. (1983). *Creep of plain and structural concrete*. New York: Construction Press.
- Pustaić, D. i Cukor, I. (2009). *Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti*. Sveučilište u Zagrebu.
- Ržanicin, A.R. (1974). *Teorija puzanja materijala*. Beograd: Građevinska knjiga.

RHEOLOGICAL EQUATION FOR FRP REINFORCED CONCRETE MODEL

Nataša Kopitović-Vuković, Nikola Baša, Radomir Zejak, Marija Jevrić

University of Montenegro, Faculty of Civil Engineering, Džordža Vašingtona bb, 81 000
Podgorica, Montenegro, nataly@ucg.ac.me

ABSTRACT

Rheological models represent a powerful tool for creating a comprehensive phenomenological view of the strain response, especially in structures exposed to long-term loading. Models are often arranged to fit experimental results, and this is achieved by including empirical parameters in their formation. Combining theoretically ideal bodies with well-defined rheological characteristics produces models that, in rheological terms, give results similar to the actual behaviour of the material. In this paper, a rheological model of concrete reinforced with FRP composite reinforcement is presented and its rheological equation is derived. This complex rheological model, developed by parallel binding of basic Hooke and complex Burger model, is very useful in the visualization of flow effects, especially in the superposition of strains. Influential parameters for the model with variable physical characteristics over time were analysed. In particular, the influence of the elasticity modulus of the composite material was considered and it was concluded that the ultimate creep strain depends on this parameter, while the age at the time of loading, in this model, has no effect on it. The actual time-dependant behaviour of FRP reinforced concrete in real time interval can be well described by the given model.

Keywords: Rheological model, concrete, FRP reinforcement, creep, rheological equation.